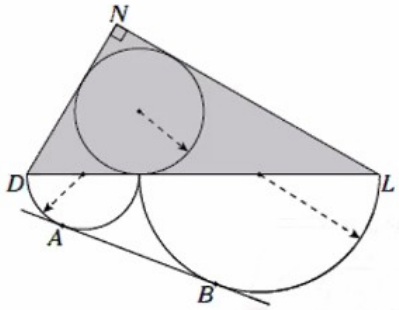
Grabando

CICLO REPASO UNI

Problema 1

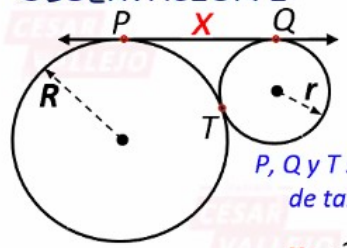
Se muestra una circunferencia inscrita en el $\triangle DNL$, donde $AB=a$. Halle el área de la región DNL. Considere que A y B son puntos de tangencia.



A) a^2 B) $2a^2$ C) $4a^2$

D) $\frac{a^2}{2}$ E) $\frac{a^2}{4}$

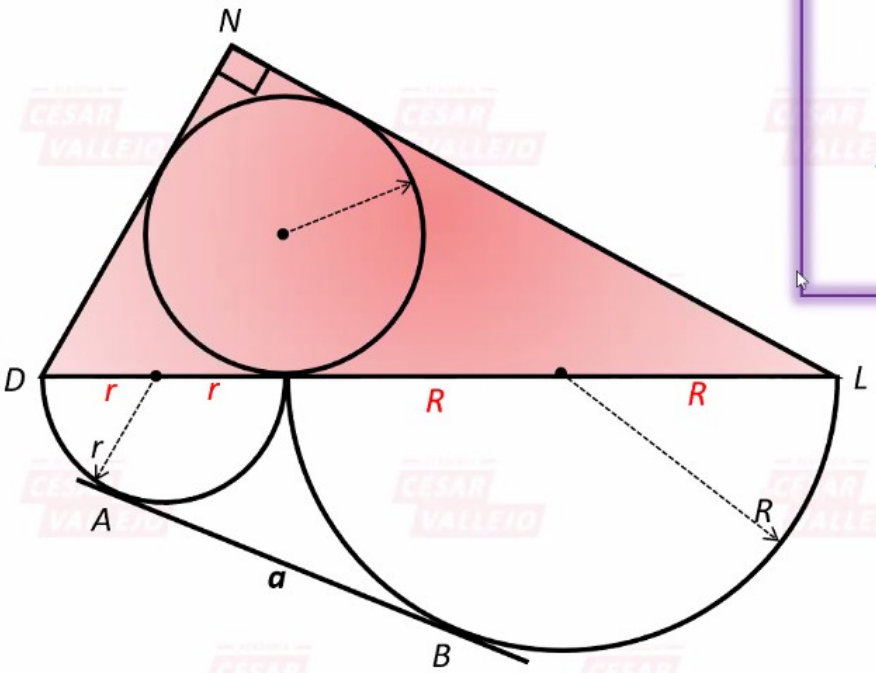
OBSERVACION 2:



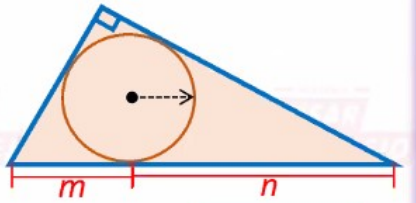
P, Q y T son puntos de tangencia

$x = 2\sqrt{R \cdot r}$

Resolución: Piden $\mathbf{A}_{\triangle DNL}$



OBSERVACION 1 :



Se cumple: $\mathbf{A}_{\triangle} = m.n$

- Por la observación 1

$\mathbf{A}_{\triangle DNL}=(2r)(2R)=4rR$

De la observación 2

$a = 2\sqrt{rR} \rightarrow 4rR = a^2$

$\therefore \mathbf{A}_{\triangle DNL} = a^2$

CLAVE: A

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

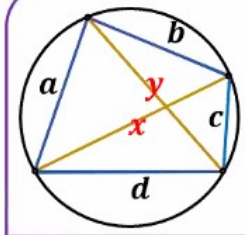
Problema 2

En un polígono regular de 7 lados, dos de sus diagonales miden a y b. Calcule la longitud de su lado.

A) $\sqrt{b^2-a^2}$ B) $\sqrt{ab}$ C) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

D) $\frac{ab}{a+b}$ E) $\sqrt{a^2+b^2}$

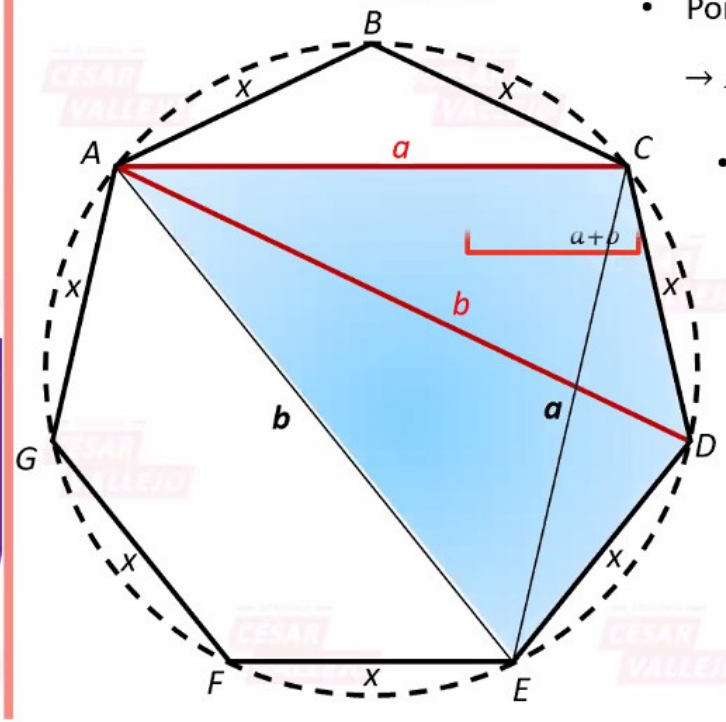
Teorema de Ptolomeo



En el cuadrilátero inscrito o inscriptible, se cumple:

$$x \cdot y = a \cdot c + b \cdot d$$

Resolución: Piden x



- Por dato: ABCDEFG es un polígono regular

  $\rightarrow AB = BC = CD = DE = EF = FG = GA$

- Luego por teorema en la circunferencia

  Se observa que:
  AD = AE = b y AC = CE = a

- Por teorema de Ptolomeo en ACDE

  ab = a.x + b.x

Grabando

CICLO REPASO UNI

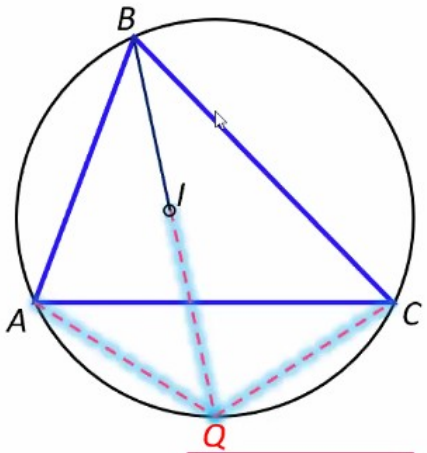
Problema 3

En un triángulo ABC de incentro I y circuncentro O, $AB=5$, $BC=7$ y $AC=6$. Calcule $m\sphericalangle BIO$.

A) 90°
B) 75°
C) 60°
D) 45°
E) 30°

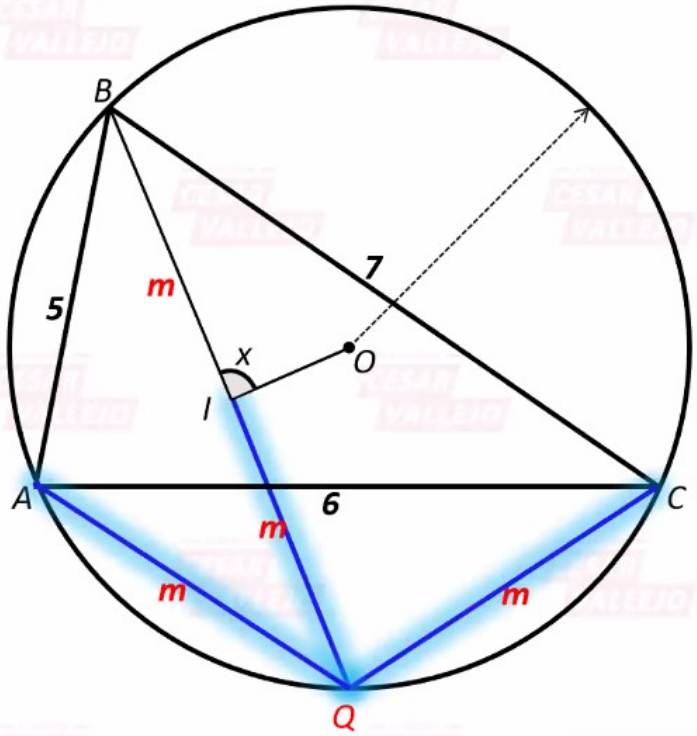
OBSERVACION:

Si I es incentro de ΔABC

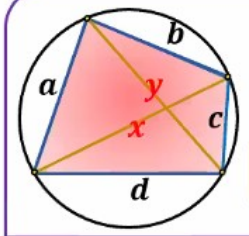


Se cumple: $QA = QI = QC$

Resolución: Piden x



Teorema de Ptolomeo



En el cuadrilátero inscrito o inscriptible, se cumple:

$$x \cdot y = a \cdot c + b \cdot d$$

Por observación:

QA = QI = QC = ***m***

Por teorema de Ptolomeo:

(AC)(BQ)=(AB)(QC)+(BC)(AQ)

(6)(BQ) = *5.m + 7.m*

BQ = *2m*

Como BI=IQ → $\overline{OI} \perp \overline{BQ}$

∴ x = 90°

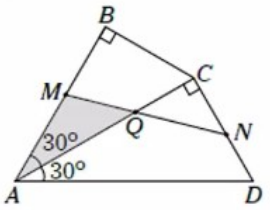
CLAVE: A

Grabando

CICLO REPASO UNI

Problema 4

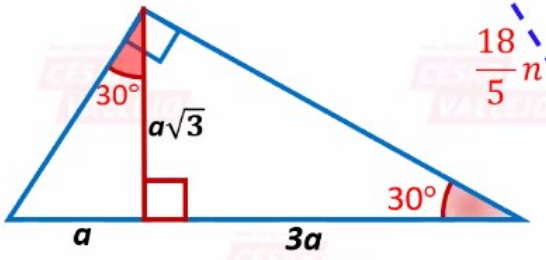
Si $AM=MB$, $CN=ND$ y $BC=4$, calcule el área de la región AMQ.



A) $\frac{45}{14}\sqrt{3}$ B) $\frac{45\sqrt{2}}{14}$ C) $45\sqrt{3}$

D) $\frac{18}{7}\sqrt{3}$ E) 45

OBSERVACION:



Resolución: Piden $A_{\Delta AMQ}$

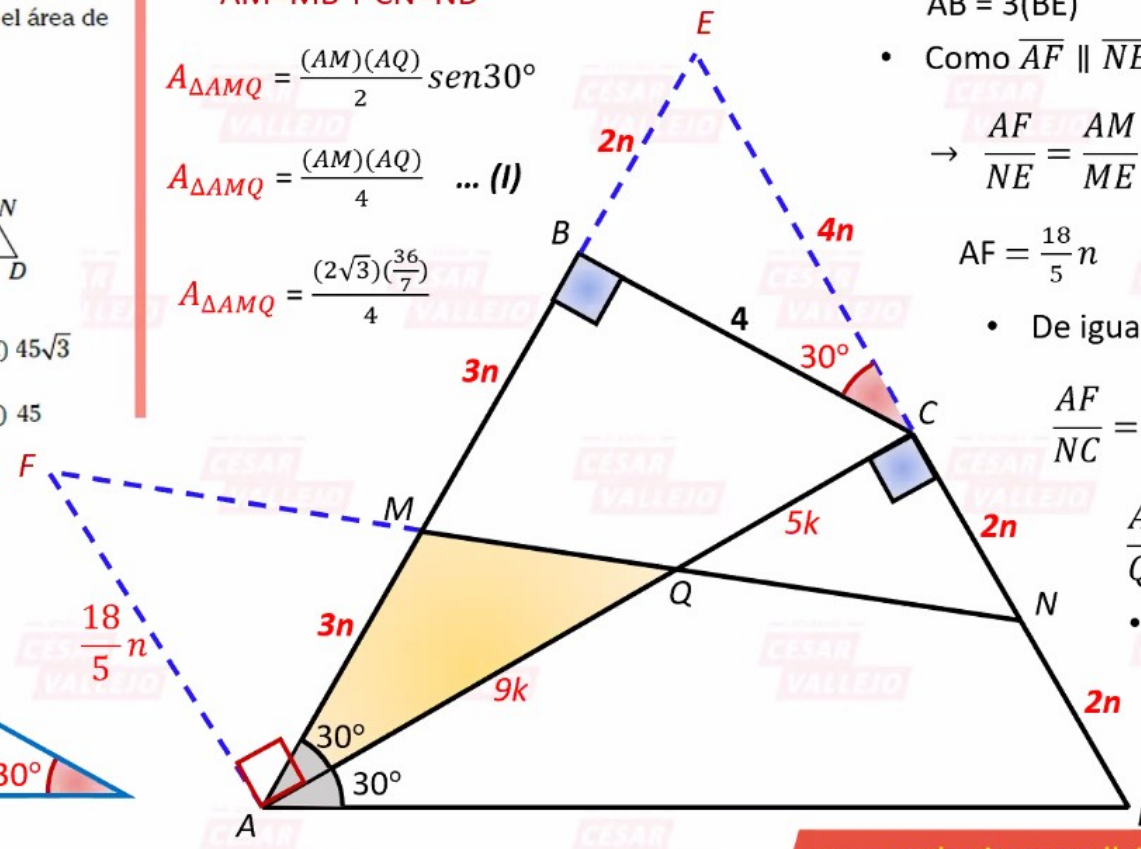
- DATO:

  AM=MB Y CN=ND

$$A_{\Delta AMQ} = \frac{(AM)(AQ)}{2} sen30°$$

$$A_{\Delta AMQ} = \frac{(AM)(AQ)}{4} \quad \text{... (I)}$$

$$A_{\Delta AMQ} = \frac{(2\sqrt{3})(\frac{36}{7})}{4}$$



- Completamos los trazos en el grafico
- De la observación: en $\measuredangle AEC$ de $30°$

  AB = 3(BE)
- Como $\overline{AF} \parallel \overline{NE}$ $\rightarrow \Delta AFM \sim \Delta MEN$

$$\rightarrow \frac{AF}{NE} = \frac{AM}{ME} \quad o\ sea \quad \frac{AF}{6n} = \frac{3n}{5n}$$

$$AF = \frac{18}{5}n$$

- De igual modo: $\Delta AFQ \sim \Delta QCN$

$$\frac{AF}{NC} = \frac{AQ}{QC} \quad o\ sea: \frac{\frac{18}{5}n}{2n} = \frac{AQ}{QC}$$

$$\frac{AQ}{QC} = \frac{9}{5}$$

- Se observa que:

  AC=14k=8 o sea $9k=\frac{36}{7}$

Reemplazamos en (I)

www.academiacesarvallejo.edu.pe

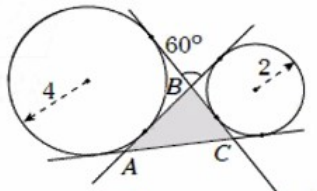
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

Problema 5

Según el gráfico, las circunferencias están ex inscritas al triángulo *ABC*. Calcule el área de dicha región triangular.

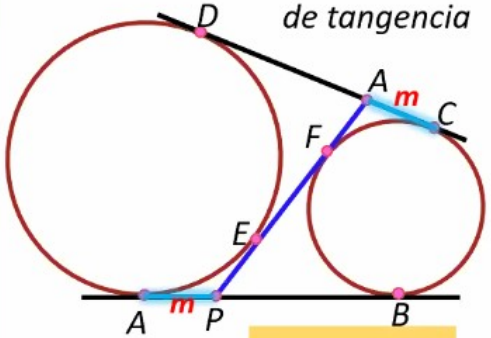


A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{8\sqrt{3}}{5}$

D) 8 E) 3

OBSERVACION 2 :

Si A,B,C,D,E y F son puntos de tangencia

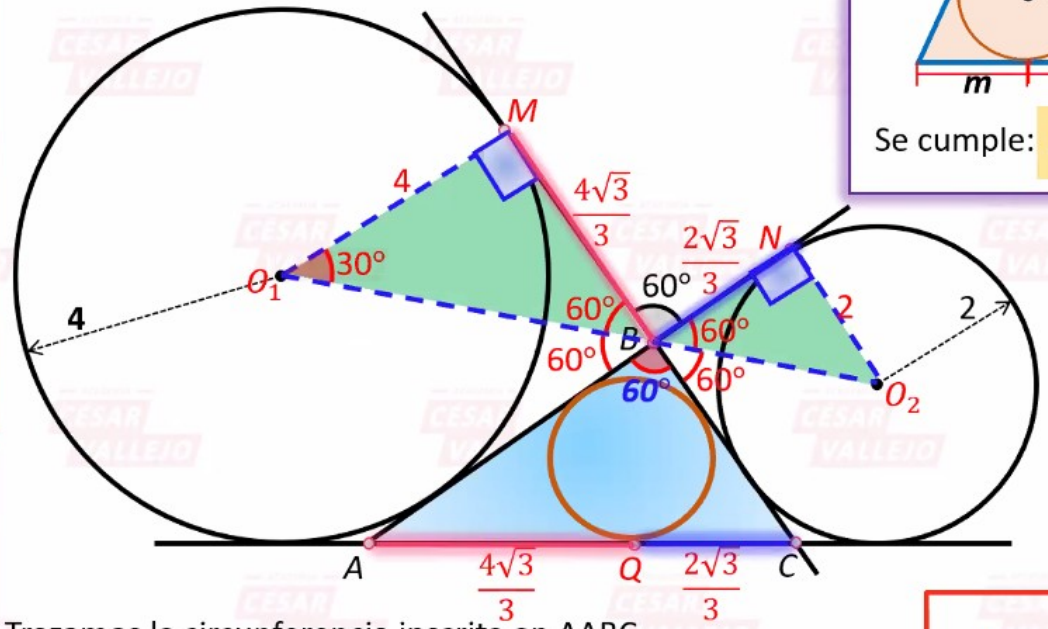


Se cumple: $AP = AC = m$

Resolución: Piden $A_{\Delta ABC}$

Del grafico: O_1, B y O_2 son colineales

Los $\Delta_s\ O_1MB\ y\ O_2NB\ son\ notables\ de\ 30°\ y\ 60°$



Trazamos la circunferencia inscrita en ΔABC

por observacion 1 : $A_{\Delta ABC}$ = (AQ)(QC)cot(30°) ... (I)

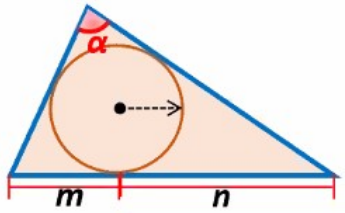
Por observación 2 : QC = BN = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ y AQ = BM = $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Reemplazando en (I) $A_{\Delta ABC} = (\frac{4\sqrt{3}}{3})(\frac{2\sqrt{3}}{3})\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\therefore A_{\Delta ABC} = 8\frac{\sqrt{3}}{3}$

CLAVE: B

OBSERVACION 1 :



Se cumple: $\mathbf{A_{\triangle} = m.n.cot\ (\frac{\alpha}{2})}$

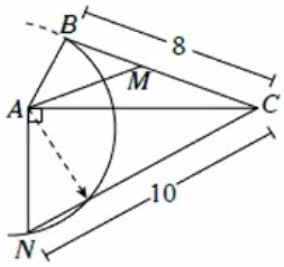
www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando
CICLO REPASO UNI
Usted está viendo la pantalla de GUSTAVO ADOLFO LUQUE GALINDO
Ver Opciones

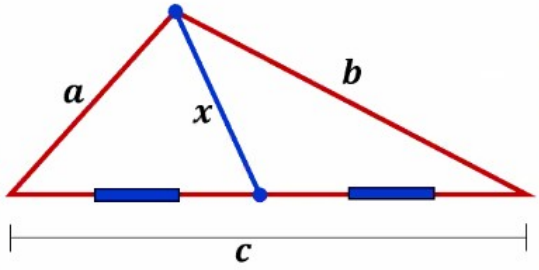
Problema 6

Si $\overline{AM}$ es mediana del triángulo ABC, calcule AM.



A) $\sqrt{37}$ B) $\sqrt{34}$ C) 12
D) 6 E) 5

TEOREMA DE LA MEDIANA



Se cumple: $a^2 + b^2 = 2x^2 + \frac{c^2}{2}$

Resolución: Piden AM = x

Por teorema de la mediana en ΔABC :

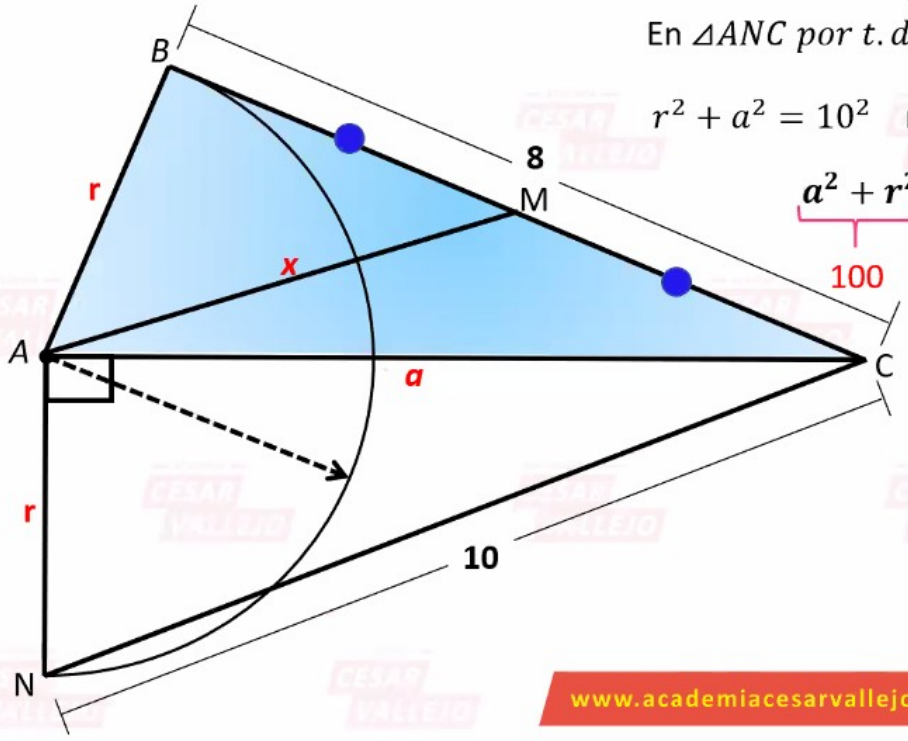
$$a^2 + r^2 = 2x^2 + \frac{8^2}{2} \quad ...(I)$$

En $\triangle ANC$ *por t. de pitagoras*

$r^2 + a^2 = 10^2$ reemplazo en (I)

$$\underbrace{a^2 + r^2}_{100} = 2x^2 + \frac{8^2}{2} \quad ...(I)$$

$$100 = 2x^2 + 32$$



$\therefore x = \sqrt{34}$

CLAVE: B

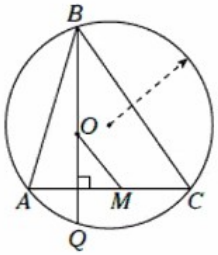
www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

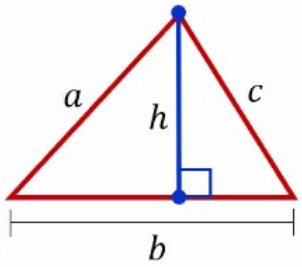
Problema 7

Según el gráfico, $AB=13$, $BC=15$, $AC=14$, $BO=OQ$ y $AM=MC$. Calcule OM.



A) 4,5 B) 4,0 C) 4,2
D) 4,6 E) 4,7

Calculo de la altura del Δ

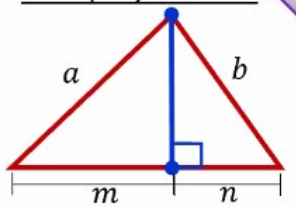


F. De Herón

$$p=\frac{a+b+c}{2}$$

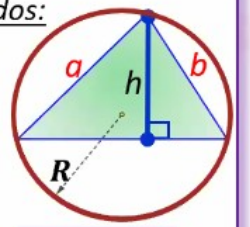
$$h=\frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

T. De proyecciones

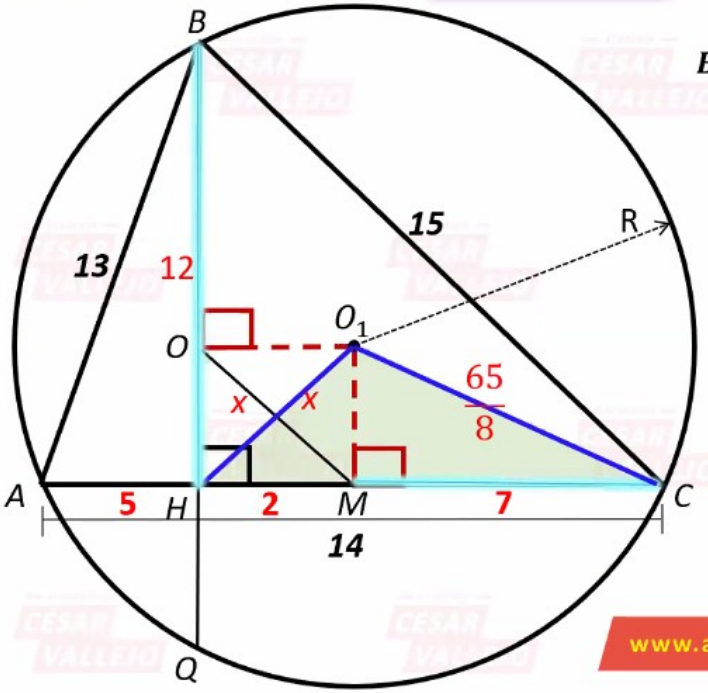


$$a^2-b^2=m^2-n^2$$

Teorema del producto de lados:



$$a.b=h(2R)$$



Resolución: Piden OM = x

DATO: BO=OQ y AM=MC

- Por teorema en la circunferencia
  BO = OQ → $\overline{O_1O} \perp \overline{BQ}$
  y AM = MC → $\overline{O_1M} \perp \overline{AC}$
- Calculo de la altura BH (por Herón)

$$p=\frac{13+15+14}{2}=21$$

$$BH=\frac{2}{14}\sqrt{21(21-13)(21-15)(21-14)}$$

BH=12

- En $\triangle ABH$: AH=5 Luego HM=2
- Se observa que: O_1H = OM = x
- Por t. de producto de lados
  13x15=12(2R) → $R=\frac{65}{8}$
- Por T. de proyecciones en ΔHO_1C

$$x^2-\left(\frac{65}{8}\right)^2=2^2-7^2$$

CLAVE: D

$\therefore\ x=4,6$

www.academiacesarvallejo.edu.pe

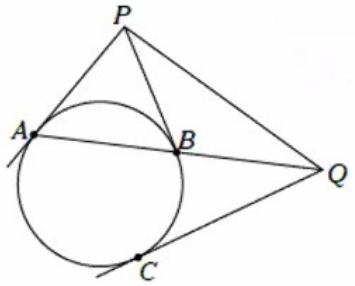
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

Problema 9

Según el gráfico, A, B y C son puntos de tangencia, $PA=3$ y $PQ=7$. Calcule CQ.

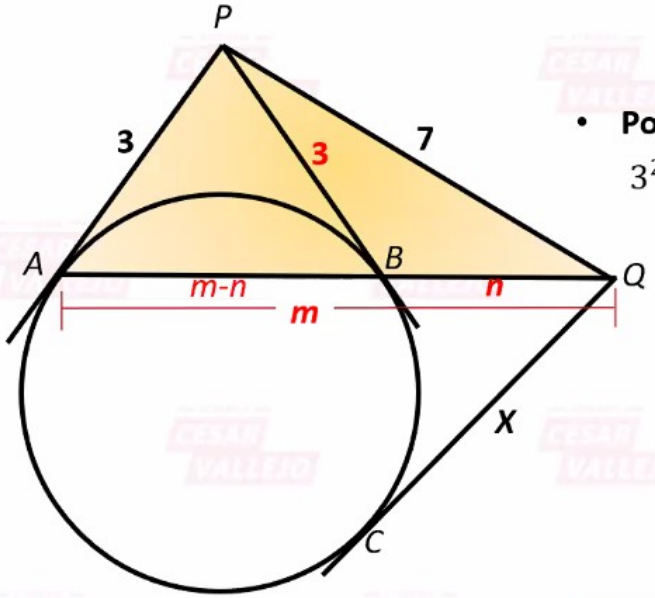


A) 6
B) 4
C) $2\sqrt{10}$
D) $3\sqrt{7}$
E) $5\sqrt{2}$

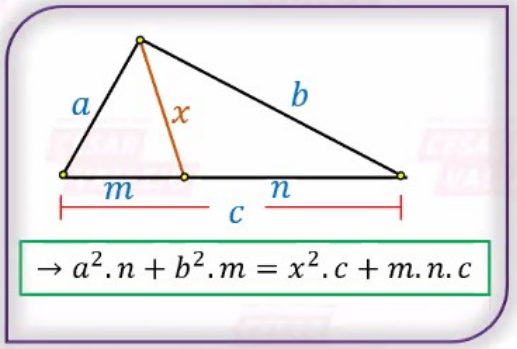
Resolución: Piden x

- Por teorema de la tangente

$$x^2 = m.n \quad \dots (I)$$



Teorema de Stewart



- **Por teorema de Stewart (en ΔAPQ)**

$$3^2.n + 7^2.(m-n) = 3^2.m + (m-n)nm$$

$$\rightarrow m.n = 40 \ \dots \ (II)$$

- Reemplazando (II) en (I)

$$x^2 = 40$$

$$\therefore \ x = 2\sqrt{10}$$

CLAVE: C

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

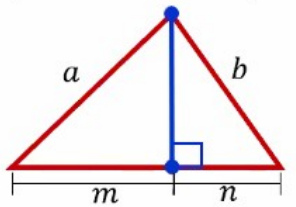
CICLO REPASO UNI

Problema 8

Dado un cuadrado *ABCD*, en su región interior se ubica el punto *P*, tal que *BP*=9 y *PD*=5. Calcule el área de la región *APC*.

A) $4\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{35}$ C) 14
D) 12 E) 15

T. De proyecciones

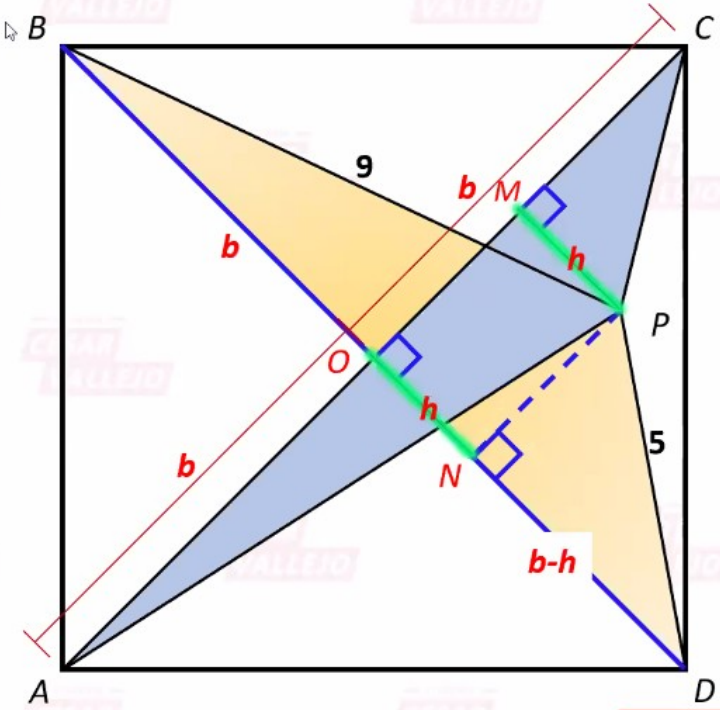


$$a^2 - b^2 = m^2 - n^2$$

Resolución: Piden $A_{\Delta ACP}$

Por la formula básica:

$$A_{\Delta ACP} = \frac{(AC)(PM)}{2}$$



- trazamos la diagonal BD
- Al trazar $\overline{PN} \perp \overline{BD}$

Se observa: ON=MP=h

$\rightarrow ND = b - h$

- Por teorema de proyecciones
En ΔBPD

$$9^2 - 5^2 = (b+h)^2 - (b-h)^2$$

(9+5)(9-5) = 4*bh* $\rightarrow b.h = 14$

- Por la formula básica:

$$A_{\Delta ACP} = \frac{(2b)(h)}{2} = bh$$

$\therefore A_{\Delta ACP}=14$

CLAVE: C

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

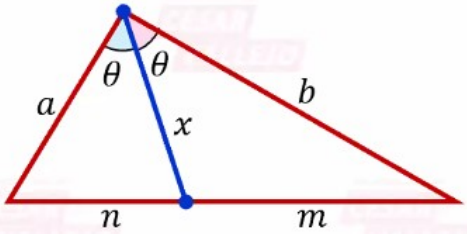
Problema 10

$\mathscr{C}_1$ y $\mathscr{C}_2$ son dos circunferencias tangentes interiores en T, tal que $\mathscr{C}_2$ pasa por el centro de $\mathscr{C}_1$, en $\mathscr{C}_1$ se traza la cuerda $\overline{AB}$ que es tangente a $\mathscr{C}_2$ en M, si $AT=a$ y $BT=b$. Calcule TM.

A) $2\sqrt{AB}$ B) ab C) $\sqrt{2ab}$

D) $\frac{\sqrt{ab}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2ab}}{2}$

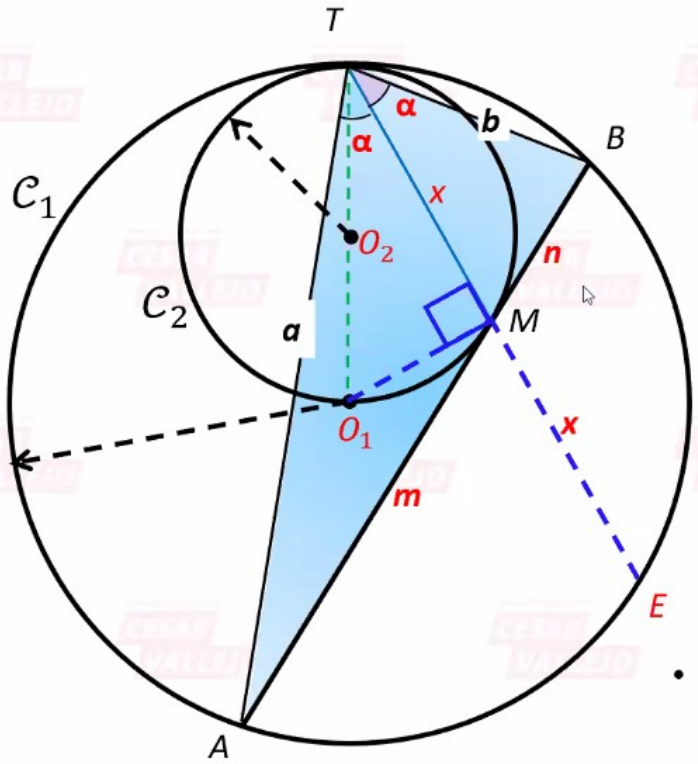
Calculo de la bisectriz



Se cumple: $x^2 = ab - nm$

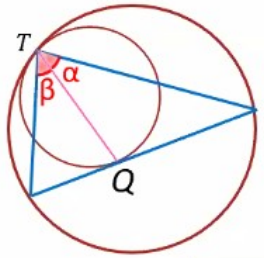
Resolución: Piden TM = x

Se sabe que O_1, O_2 y T son colineales



OBSERVACION:

Si T y Q son puntos de tangencia



Se cumple: β=α

- Como $\overline{O_1M} \perp \overline{TM}$ $\rightarrow EM = MT = x$
- ***Por teor. De cuerdas***

  $x^2 = m.n$ ...(I)
- ***Por observación:***

  $\overline{TM}$ *es bisectriz*
- Por calculo de la bisectriz en ΔATB

  $x^2 = a.b - mm$ ....(II)

Reemplazamos (I) en (II)

$\therefore x=\frac{\sqrt{2ab}}{2}$

CLAVE: E

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

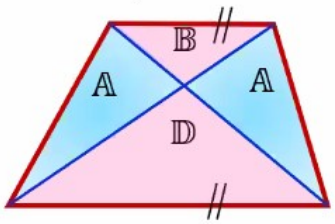
CICLO REPASO UNI

Problema 11

En el lado $\overline{BC}$ de un paralelogramo $ABCD$ se ubica el punto E tal que $\overline{AE} \cap \overline{BD} = \{M\}$. Si $\mathbb{A}_{\triangle BEM} = 9$ y $\mathbb{A}_{\triangle AMD} = 36$, calcule el área de la región $MECD$.

A) 45 B) 48 C) 40
D) 24 E) 36

OBSERVACION 1:
En el trapecio

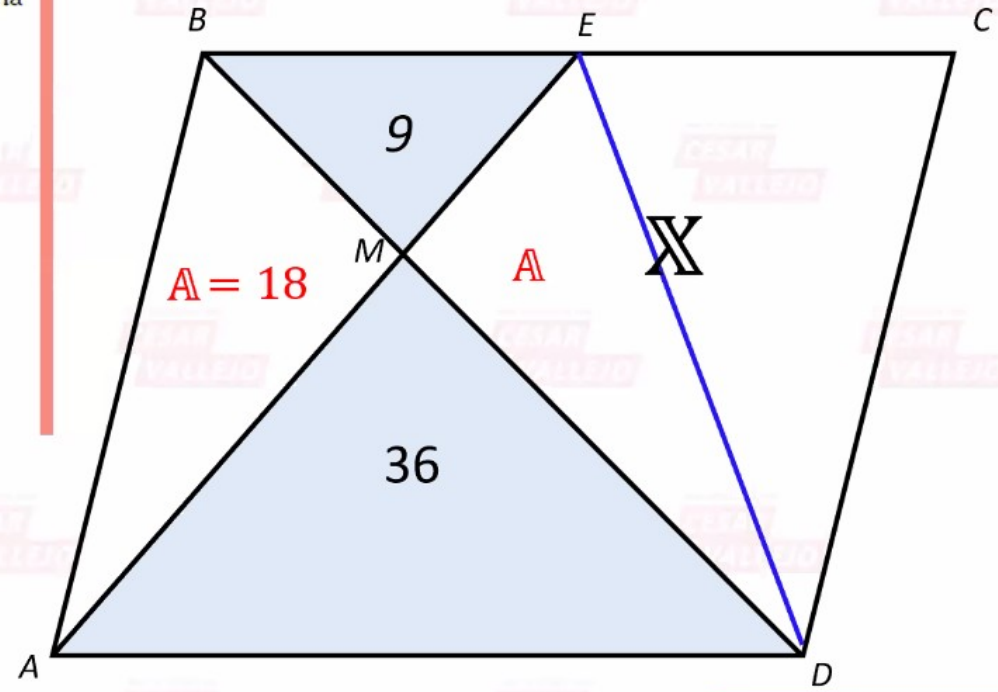


$\mathbb{A}^2 = \mathbb{B}.\mathbb{D}$

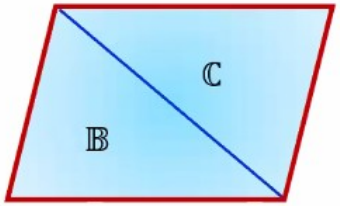
Resolución: Piden $A_{MECD} = \mathbb{X}$

- Por observación 1

$\mathbb{A}^2 = (9)(36)$ $\mathbb{A} = 18$



OBSERVACION 2
En el paralelogramo



$\mathbb{B} = \mathbb{C}$

- Por observación 2

$A_{\Delta ABD} = A_{\Delta BDC}$

$18 + 36 = \mathbb{X} + 9$

$\therefore \mathbb{X} = 45$

CLAVE: A

www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

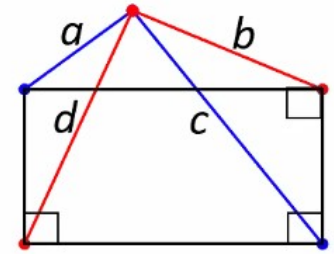
CICLO REPASO UNI

Problema 12

En el interior de un paralelogramo $ABCD$, se ubica P, de modo que $(AP)^2+(PC)^2=56$, $(BP)^2+(PD)^2=38$, $m\sphericalangle ABD=90°$. Calcule AB.

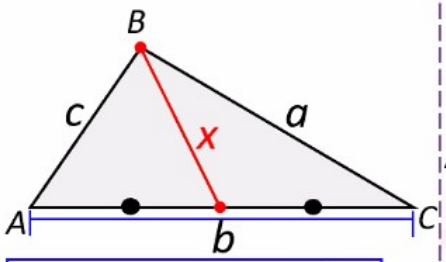
A) 6 B) 3 C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{3}$ E) 2

TEOREMA DE MARLEN

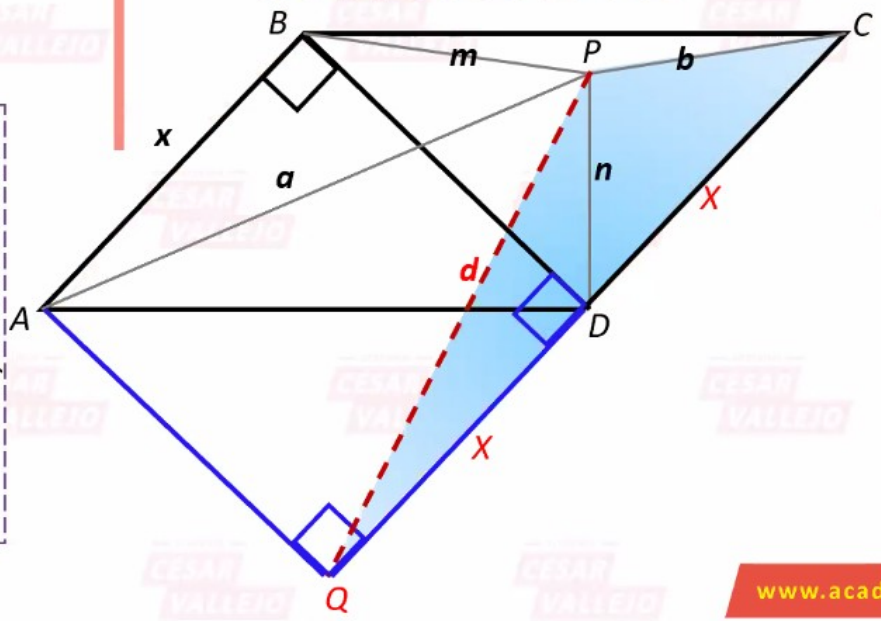


$(a)^2+(c)^2 = (b)^2+(d)^2$

TEOREMA DE LA MEDIANA



$$a^2 + c^2 = 2x^2 + \frac{b^2}{2}$$



Resolución: Piden x

DATO: $a^2 + b^2 = 56$

y $m^2 + n^2 = 38$

- Completamos el rectángulo ABDQ
- se observa que :

  DC=AB=x y QD=AB=x
- Por teorema de Marlen

  $a^2 + n^2 = m^2 + d^2$ ... (I)
- Por teorema de la mediana ΔQPC

  $d^2 + b^2 = 2n^2 + 2x^2$ ...(II)
- Luego: (I)+(II)

$$\underbrace{a^2 + b^2}_{56} = \underbrace{m^2 + n^2}_{38} + 2x^2$$

∴ x = 3

CLAVE: B

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

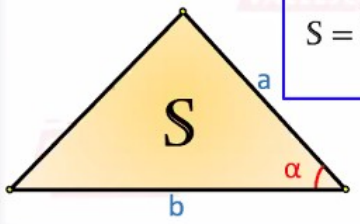
Problema 13

Los catetos de un triángulo rectángulo miden 6 y 8. Calcule el área de la región triangular cuyos vértices son el incentro, baricentro y circuncentro del triángulo rectángulo.

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{2}{3}$

D) 2 E) $\frac{1}{3}$

Fórmula Trigonométrica



$$S = \frac{a \cdot b}{2} sen\alpha$$

Resolución: Piden $\mathbb{X}$

DATO:

G : baricentro

O : circuncentro

I : incentro

- Como G es baricentro $\rightarrow BG = 2(GO)$

  $\rightarrow A_{\Delta IBG} = 2A_{\Delta IGO}$

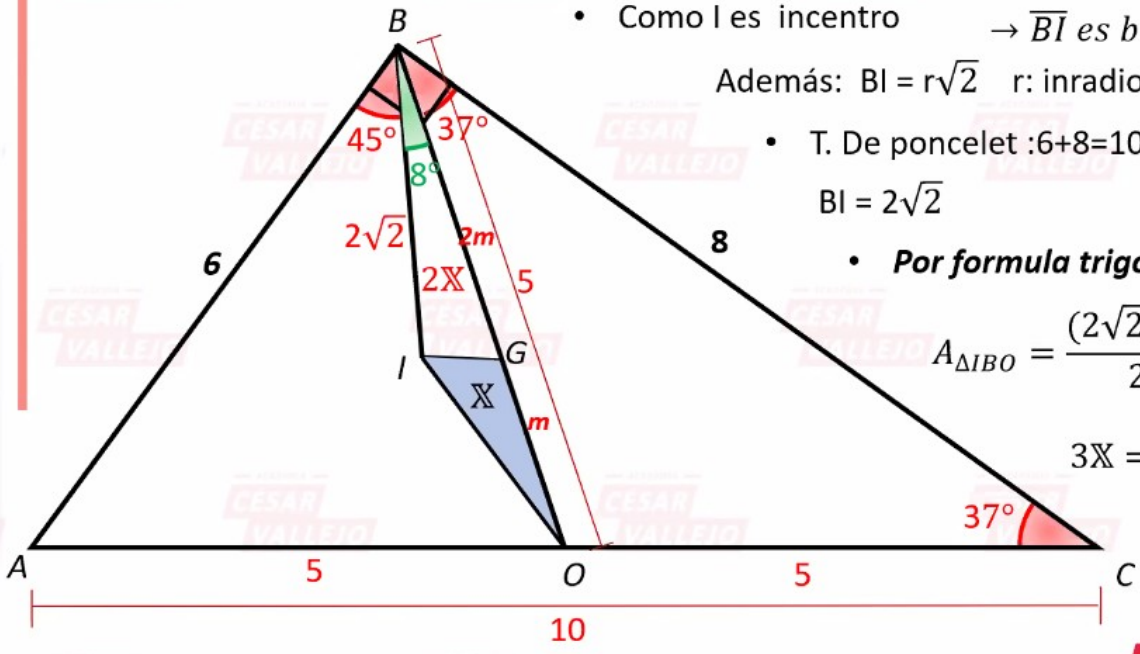
- Como O es circuncentro $\rightarrow BO = OA = OC = 5$
- El $\measuredangle ABC$ *es notable de* $37°$
- Como I es incentro $\rightarrow \overline{BI}$ *es bisectriz*

  Además: BI = $r\sqrt{2}$ r: inradio del $\measuredangle ABC$
- T. De poncelet :6+8=10+2r → r=2

  BI = $2\sqrt{2}$
- ***Por formula trigonométrica***

$$A_{\Delta IBO} = \frac{(2\sqrt{2})(5)}{2} sen8°$$

$$3\mathbb{X} = 5\sqrt{2}\frac{1}{5\sqrt{2}}$$



$$\therefore \mathbb{X} = \frac{1}{3}$$

CLAVE: E

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

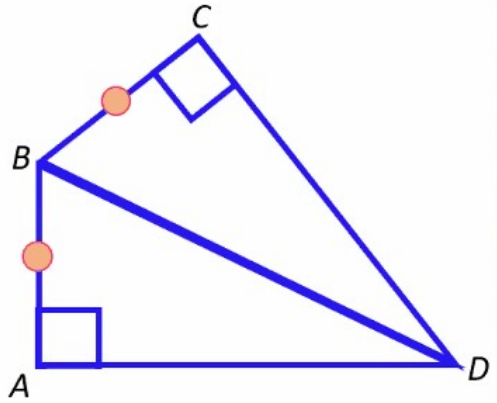
CICLO REPASO UNI

Problema 14

En una circunferencia se ubican los puntos A; B; C; D y E consecutivamente. Si $AB=ED=2$; $CD=6$ y $m\measuredangle BCD=m\measuredangle CDE=90°$, calcule el área de la región $ABCD$.

A) 8 B) 12 C) 14
D) 10 E) 9

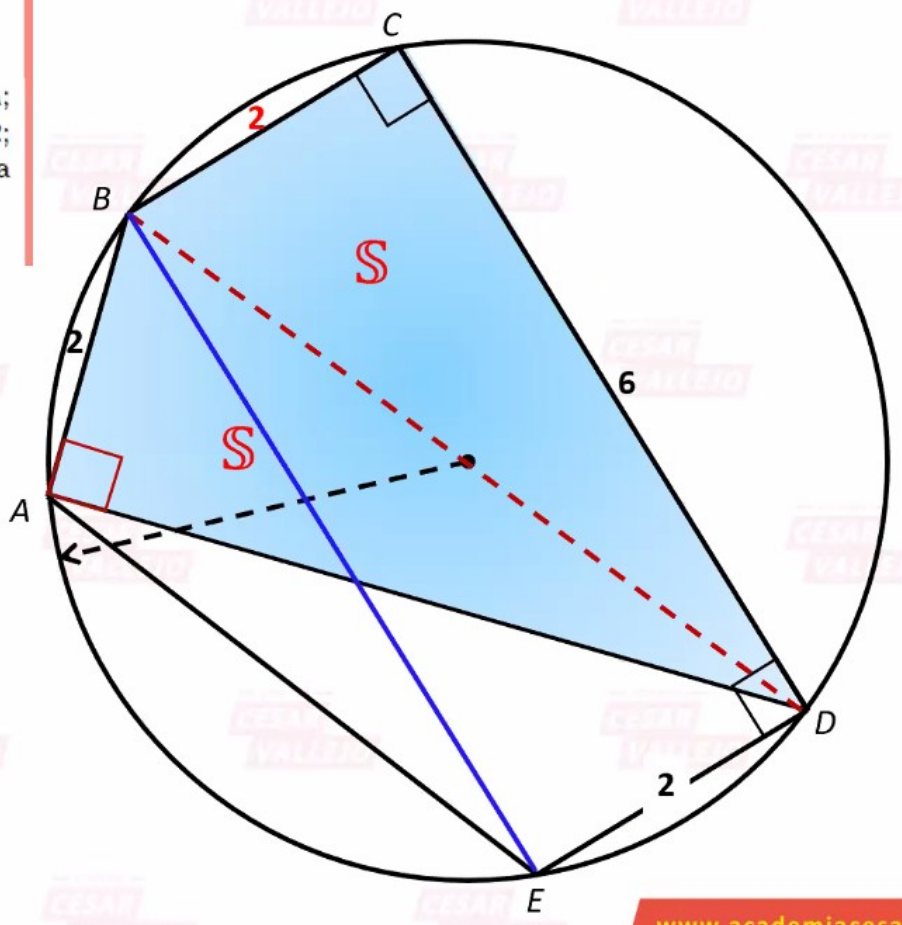
OBSERVACION :



Si BA=BC

$\rightarrow \measuredangle ABD \cong \measuredangle BCD$

Resolución: Piden A_{ABCD}



- Como $m\measuredangle BCD = 90°$

  $\rightarrow \overline{BD}$ *es diametro*

  Luego : $m\measuredangle BAD = 90°$

- Se observa que BCDE es rectángulo

  $\rightarrow BC = ED = 2$

- Se observa que :

  $A_{ABCD} = 2\mathbb{S}$

  $\mathbb{S} = \frac{(2)(6)}{2} = 6$

$\therefore A_{ABCD} = 12$

CLAVE: B

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO